

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

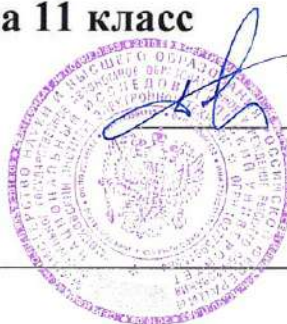
Математика 11 класс

Проректор по МДРМ

Коваленко Д.Г.

Вариант 1

Ответы



1. Решите уравнение $\cos(5 \sin x) = \cos(5 \cos x)$.	
2. Пятый член и разность арифметической прогрессии удовлетворяют неравенствам $1 < a_5 < 2$, $2 < d < 3$. Найдите все возможные значения, которые может принимать сумма первых шести членов прогрессии.	
3. В равнобедренном треугольнике ABC угол BAC равен 120° , M - середина стороны BC . Точки P и Q на сторонах AB и AC соответственно таковы, что $\angle PMQ = 30^\circ$. Найдите периметр четырехугольника $PQCB$, если $BC = 25$, $PQ = 2\sqrt{3}$.	
4. Найдите все пары целых чисел, удовлетворяющих уравнению $6x^2y + 2x^2 + 7xy + 7x + 2y + 3 = 0.$	
5. При каких значениях a для любого b найдется хотя бы одно c , такое, что система уравнений $\begin{cases} x + 2by = a, \\ bx + (1 - b)y = c^2 + ac \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение?	

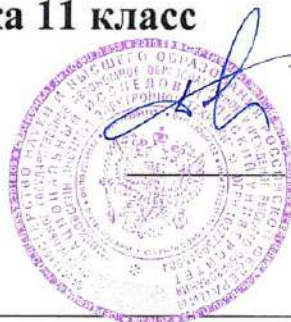
Председатель секции

А.А. Прокофьев

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика 11 класс

Проректор по МДРМ



Коваленко Д.Г.

Вариант 2

Ответы

1. Решите уравнение $\sin(6 \sin x) = \sin(6 \cos x)$.	
2. Седьмой член и разность арифметической прогрессии удовлетворяют неравенствам $-1 < a_7 < 3$, $-1 < d < 2$. Найдите все возможные значения, которые может принимать сумма первых шести членов прогрессии.	
3. В равностороннем треугольнике ABC точка M - середина стороны BC . Точки P и Q на сторонах AB и AC соответственно таковы, что $\angle PMQ = 60^\circ$. Найдите периметр четырехугольника $PQCB$, если $BC = 37$, $PQ = 21$.	
4. Найдите все пары целых чисел, удовлетворяющих уравнению $4x^2y - 12x^2 + 3xy + 11x - y - 2 = 0$.	
5. При каких значениях a для любого b найдется хотя бы одно c , такое, что система уравнений $\begin{cases} 2x + by = ac^2 + c, \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение?	

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями, калькуляторами и мобильными средствами связи.

2

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

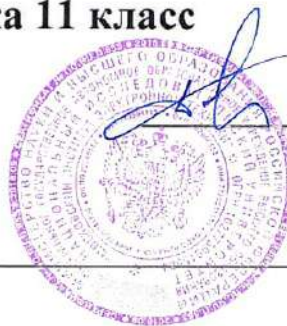
Математика 11 класс

Проректор по МДРМ

Коваленко Д.Г.

Вариант 3

Ответы



1. Решите уравнение $\sin(5 \sin x) = \sin(5 \cos x)$.	
2. Шестой член и разность арифметической прогрессии удовлетворяют неравенствам $-4 < a_6 < -1$, $4 < d < 5$. Найдите все возможные значения, которые может принимать сумма первых пяти членов прогрессии.	
3. В равнобедренном треугольнике ABC угол BAC равен 120° , M - середина стороны BC . Точки P и Q на сторонах AB и AC соответственно таковы, что $\angle PMQ = 30^\circ$. Найдите периметр треугольника APQ , если $BC = 37$, $PQ = 3\sqrt{3}$.	
4. Найдите все пары целых чисел, удовлетворяющих уравнению $3x^2y + 9x^2 - 5xy + 6x - 2y + 1 = 0$.	
5. При каких значениях a для любого b найдется хотя бы одно c , такое, что система уравнений $\begin{cases} 2x + by = c^2, \\ bx + 2y = ac - 1 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение?	

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями, калькуляторами и мобильными средствами связи.

3

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика 11 класс

Проректор по МДРМ

Коваленко Д.Г.

Вариант 4



Ответы

1. Решите уравнение $\cos(6 \sin x) = \cos(6 \cos x)$.	
2. Четвертый член и разность арифметической прогрессии удовлетворяют неравенствам $-1 < a_4 < 3$, $3 < d < 4$. Найдите все возможные значения, которые может принимать сумма первых семи членов прогрессии.	
3. В равностороннем треугольнике ABC точка M - середина стороны BC . Точки P и Q на сторонах AB и AC соответственно таковы, что $\angle PMQ = 60^\circ$. Найдите периметр треугольника APQ , если $BC = 29$, $PQ = 15$.	
4. Найдите все пары целых чисел, удовлетворяющих уравнению $6x^2y + 4x^2 - 5xy - 8x + y + 3 = 0$.	
5. При каких значениях a для любого b найдется хотя бы одно c , такое, что система уравнений $\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ 2x + (b+1)y = ac + 1 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение?	

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями, калькуляторами и мобильными средствами связи.

4